

Compilation
TD2 - Langages, grammaires, automates

Rappels

Langages formels Alphabets, mots, facteurs, langages. Opérations sur les mots et les langages. Dérivation dans les grammaires. Langages réguliers.

Exercice 1 Démontrez qu'il n'existe pas de mots sur $V = \{a, b\}$ tels que $aw = wb$.

Exercice 2 Donnez une grammaire générant le langage des expressions arithmétiques et donnez une chaîne de dérivations quelconque.

Automates Automates déterministes, transitions, langage reconnu, automates non-déterministes, déterminisation (équivalence).

Grammaires

Exercice 3 Quel est le langage généré par la grammaire suivante :

$$\begin{aligned} S &\longrightarrow SaSaS \\ S &\longrightarrow bS \mid \epsilon \end{aligned}$$

Est-ce que cette grammaire est ambiguë. Proposez une grammaire non ambiguë pour ce langage.

Exercice 4 Soit le vocabulaire $V = \{a, b\}$. Proposez une grammaire décrivant chacun de ces langages :

- $L1 = \{w \mid |w|_a = |w|_b\}$
- $L2$, les expressions bien parenthésées

Exercice 5 Laquelle de ces trois grammaires génère le langage $L = \{wxw^R \mid w \in (a+b)^+, x \in (a+b)^*\}$

$$\begin{aligned} S &\longrightarrow aSa \mid bSb \mid X \\ X &\longrightarrow a \mid b \mid \epsilon \end{aligned}$$

FIG. 1 – Un automate

$$\begin{aligned} S &\longrightarrow WXW' \\ X &\longrightarrow aX \mid bX \mid \epsilon \\ W &\longrightarrow aW \mid bW \mid \epsilon \\ W' &\longrightarrow W'a \mid W'b \mid \epsilon \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &\longrightarrow aZ \mid bY \\ Z &\longrightarrow aZ \mid bZ \mid a \\ Y &\longrightarrow aY \mid bY \mid b \end{aligned}$$

Automates

Exercice 6 Donnez des automates déterministes reconnaissant les langages suivants :

- $L1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ termine par } aba\}$
- $L2$, l'ensemble des nombres binaires (sur $V = \{0, 1\}$) qui sont multiples de 3

Exercice 7 Déterminiser l'automate de la figure 1.

Construction de Thompson

Rappelez les mécanismes permettant de reconnaître la concaténation, l'union et la fermeture de langages réguliers.

Exercice 8 Écrivez l'automate non-déterministe issu de la construction de Thompson pour le langage $L = a(b + c)^*$. Déterminez le.