

# IS, un domaine numérique abstrait pour l'analyse de programmes manipulant des adresses

Mathias Péron

*stage réalisé sous la direction de Nicolas Halbwachs*

master informatique Systèmes et Logiciels



# Contexte et Objectifs

- **contexte** : validation de logiciels
- **domaine** : vérification automatique
  - analyse *statique*
  - propriétés de *sûreté*
- **objectif** : analyser des programmes manipulant des adresses

prouver des propriétés dépendantes des *accès aux objets adressés*.

- adresses dans les bornes
- exclusivité d'accès : adresses mémoire, de composants (SoCs)

# Contexte et Objectifs

- **contexte** : validation de logiciels
- **domaine** : vérification automatique
  - analyse *statique*
  - propriétés de *sûreté*
- **objectif** : analyser des programmes manipulant des adresses

prouver des propriétés dépendantes des *accès aux objets adressés*.

- adresses dans les bornes
- exclusivité d'accès : adresses mémoire, de composants (SoCs)

## Contexte et Objectifs

- **contexte** : validation de logiciels
- **domaine** : vérification automatique
  - analyse *statique*
  - propriétés de *sûreté*
- **objectif** : analyser des programmes manipulant des adresses

prouver des propriétés dépendantes des *accès aux objets adressés*.

- adresses dans les bornes
- exclusivité d'accès : adresses mémoire, de composants (SoCs)

## Contexte et Objectifs

- **contexte** : validation de logiciels
- **domaine** : vérification automatique
  - analyse *statique*
  - propriétés de *sûreté*
- **objectif** : analyser des programmes manipulant des adresses

prouver des propriétés dépendantes des *accès aux objets adressés*. ▷ par des *entiers*

- adresses dans les bornes
- exclusivité d'accès : adresses mémoire, de composants (SoCs)

## Contexte et Objectifs

- **contexte** : validation de logiciels
- **domaine** : vérification automatique
  - analyse *statique*
  - propriétés de *sûreté*
- **objectif** : analyser des programmes manipulant des adresses

prouver des propriétés dépendantes des *accès aux objets adressés*. ▷ par des *entiers*

- adresses dans les bornes
  - ▷ *intervalles*
- exclusivité d'accès : adresses mémoire, de composants (SoCs)

## Contexte et Objectifs

- **contexte** : validation de logiciels
- **domaine** : vérification automatique
  - analyse *statique*
  - propriétés de *sûreté*
- **objectif** : analyser des programmes manipulant des adresses

prouver des propriétés dépendantes des *accès aux objets adressés*. ▷ par des *entiers*

- adresses dans les bornes
  - ▷ *intervalles*
- exclusivité d'accès : adresses mémoire, de composants (SoCs)
  - ▷ *égalité* et *non-égalité*

# Vérification de systèmes infinis

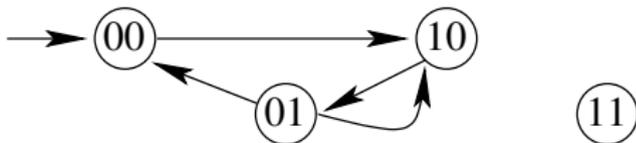
**indécidabilité** de la vérification de systèmes infinis

- **méthodes déductives** : theorem proving
- **vérification automatique**
  - forme abstraite du programme : *système de transition*
  - vérification des propriétés de sûreté  $\equiv$  calcul des états accessibles depuis les états initiaux.

# Vérification de systèmes infinis

indécidabilité de la vérification de systèmes infinis

- méthodes déductives : theorem proving
- vérification automatique
  - forme abstraite du programme : *système de transition*

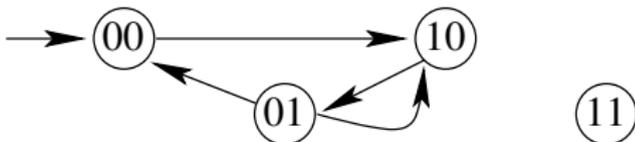


- vérification des propriétés de sûreté  $\equiv$  calcul des états accessibles depuis les états initiaux.

# Vérification de systèmes infinis

indécidabilité de la vérification de systèmes infinis

- méthodes déductives : theorem proving
- vérification automatique
  - forme abstraite du programme : *système de transition*

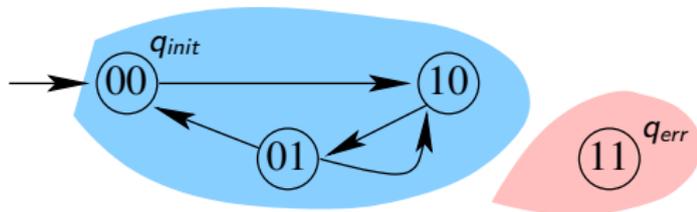


- vérification des propriétés de sûreté  $\equiv$  calcul des états accessibles depuis les états initiaux.

# Vérification de systèmes infinis

indécidabilité de la vérification de systèmes infinis

- méthodes déductives : theorem proving
- vérification automatique
  - forme abstraite du programme : *système de transition*

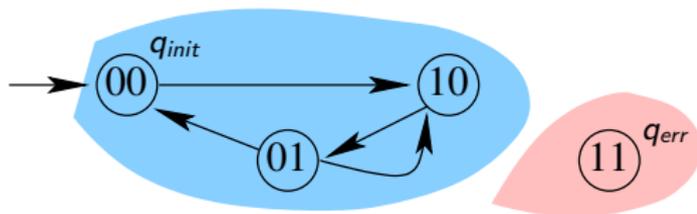


- vérification des propriétés de sûreté  $\equiv$  calcul des états accessibles depuis les états initiaux.
  - ▷ analyse en avant :  $accessibles(Q_{init}) \cap Q_{err} = \emptyset$

# Vérification de systèmes infinis

indécidabilité de la vérification de systèmes infinis

- méthodes déductives : theorem proving
- vérification automatique
  - forme abstraite du programme : *système de transition*



- vérification des propriétés de sûreté  $\equiv$  calcul des états accessibles depuis les états initiaux.
  - ▷ analyse en avant :  $accessibles(Q_{init}) \cap Q_{err} = \emptyset$
  - ▷ les états accessibles sont la solution d'une équation de point-fixe (*post-conditions*)

# Vérification de systèmes infinis

- model checking
  - ▷ calcul exact du point-fixe.
  - ▷ difficulté de trouver un modèle fini adéquat pour chaque programme
- interprétation abstraite
  - ▷ calcul d'approximations du point-fixe.
  - ▷ permet d'abstraire dans une certaine spécification de propriétés : domaine abstrait
  - ▷ une classe de problèmes  $\leftrightarrow$  un domaine abstrait

# Vérification de systèmes infinis

- model checking
  - ▷ calcul exact du point-fixe.
  - ▷ difficulté de trouver un modèle fini adéquat pour chaque programme
- interprétation abstraite
  - ▷ calcul d'approximations du point-fixe.
  - ▷ permet d'abstraire dans une certaine spécification de propriétés : domaine abstrait
  - ▷ une classe de problèmes  $\leftrightarrow$  un domaine abstrait

# Sujet de recherche

- **cadre théorique** : interprétation abstraite, domaines numériques abstraits.
- **sujet** : *définir* un domaine abstrait pour une analyse dédiée aux adresses.

adresses  $\equiv$  entiers généraux munis d'opérations restreintes

## Sujet de recherche

- **cadre théorique** : interprétation abstraite, domaines numériques abstraits.
- **sujet** : *définir* un domaine abstrait pour une analyse dédiée aux adresses.

adresses  $\equiv$  entiers généraux munis d'opérations restreintes

## Sujet de recherche

- **cadre théorique** : interprétation abstraite, domaines numériques abstraits.
- **sujet** : *définir* un domaine abstrait pour une analyse dédiée aux adresses.

adresses  $\equiv$  entiers généraux munis d'opérations restreintes

▷ un nouveau domaine moins coûteux que les domaines numériques existants

## Sujet de recherche

- **cadre théorique** : interprétation abstraite, domaines numériques abstraits.
- **sujet** : *définir* un domaine abstrait pour une analyse dédiée aux adresses.

adresses  $\equiv$  entiers généraux munis d'opérations restreintes

- ▷ un nouveau domaine moins coûteux que les domaines numériques existants
- ▷ permettant d'exprimer des propriétés d'égalité/non-égalité

## Sujet de recherche

- **cadre théorique** : interprétation abstraite, domaines numériques abstraits.
- **sujet** : *définir* un domaine abstrait pour une analyse dédiée aux adresses.

adresses  $\equiv$  entiers généraux munis d'opérations restreintes

- ▷ un nouveau domaine moins coûteux que les domaines numériques existants
- ▷ permettant d'exprimer des propriétés d'égalité/non-égalité
- ▶ **intervalles** +  $\{=, \neq\}$

## Sujet de recherche

- **cadre théorique** : interprétation abstraite, domaines numériques abstraits.
- **sujet** : *définir* un domaine abstrait pour une analyse dédiée aux adresses.

adresses  $\equiv$  entiers généraux munis d'opérations restreintes

- ▷ un nouveau domaine moins coûteux que les domaines numériques existants
- ▷ permettant d'exprimer des propriétés d'égalité/non-égalité
- ▶ **intervalles** +  $\{=, \neq\}$  +  $\{\leq, <\}$

# Plan de l'exposé

- 1** Interprétation abstraite
  - Domaines numériques abstraits
  - Application à l'analyse statique
- 2** Le domaine abstrait IS
  - Valeurs abstraites
  - Canonisation
  - Opérateurs
  - Exemple d'analyse
- 3** Implémentation
  - Analyseur
  - Résultats

# Plan de l'exposé

- 1 Interprétation abstraite
  - Domaines numériques abstraits
  - Application à l'analyse statique
- 2 Le domaine abstrait IS
  - Valeurs abstraites
  - Canonisation
  - Opérateurs
  - Exemple d'analyse
- 3 Implémentation
  - Analyseur
  - Résultats

# Plan de l'exposé

- 1 **Interprétation abstraite**
  - Domaines numériques abstraits
  - Application à l'analyse statique
- 2 **Le domaine abstrait IS**
  - Valeurs abstraites
  - Canonisation
  - Opérateurs
  - Exemple d'analyse
- 3 **Implémentation**
  - Analyseur
  - Résultats

# Interprétation abstraite

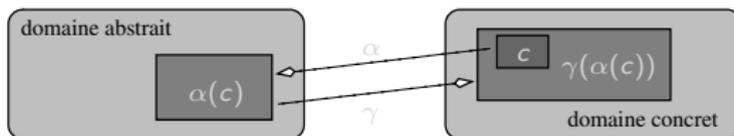
- **théorie de l'approximation** du comportement *dynamique* de programmes.
  - ▷ une approximation pertinente de la sémantique des programmes
  - ▷ permet de construire un analyseur *cohérent* à partir de la sémantique du programme
- **vérification conservative**
  - abstraction  $\alpha$
  - concrétisation  $\gamma$

# Interprétation abstraite

- **théorie de l'approximation** du comportement *dynamique* de programmes.
  - ▷ une approximation pertinente de la sémantique des programmes
  - ▷ permet de construire un analyseur *cohérent* à partir de la sémantique du programme
- **vérification conservative**
  - abstraction  $\alpha$
  - concrétisation  $\gamma$

# Interprétation abstraite

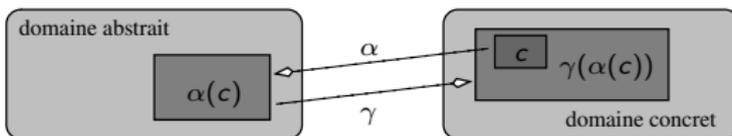
- **théorie de l'approximation** du comportement *dynamique* de programmes.
  - ▷ une approximation pertinente de la sémantique des programmes
  - ▷ permet de construire un analyseur *cohérent* à partir de la sémantique du programme
- **vérification conservative**



- abstraction  $\alpha$
- concrétisation  $\gamma$

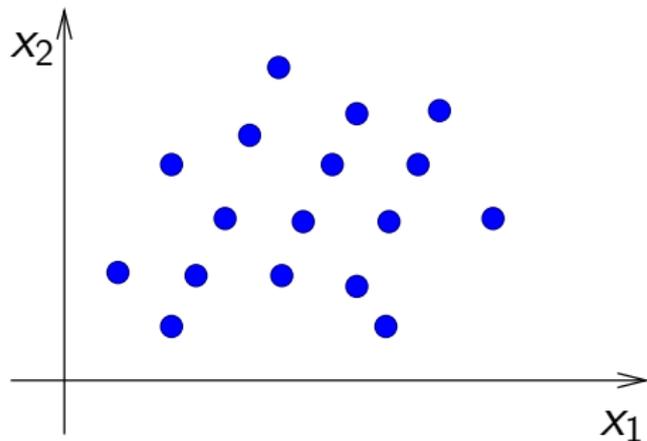
# Interprétation abstraite

- **théorie de l'approximation** du comportement *dynamique* de programmes.
  - ▷ une approximation pertinente de la sémantique des programmes
  - ▷ permet de construire un analyseur *cohérent* à partir de la sémantique du programme
- **vérification conservative**

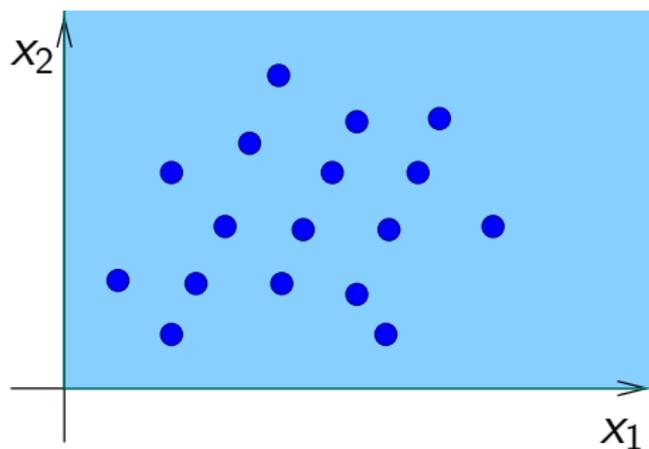


- abstraction  $\alpha$
- concrétisation  $\gamma$

# Domaines numériques abstraits

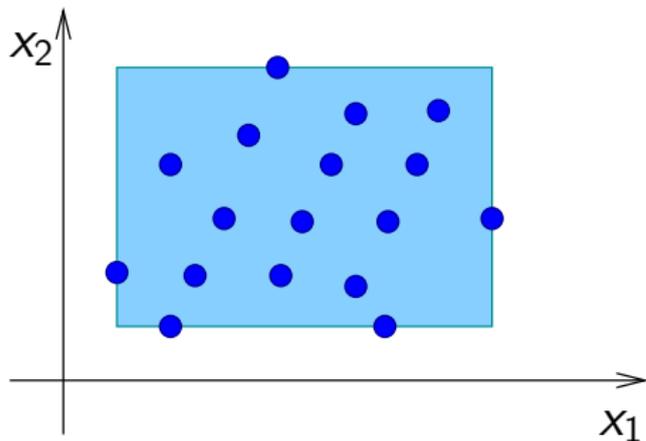


# Domaines numériques abstraits



parité  $0 \leq x_i$

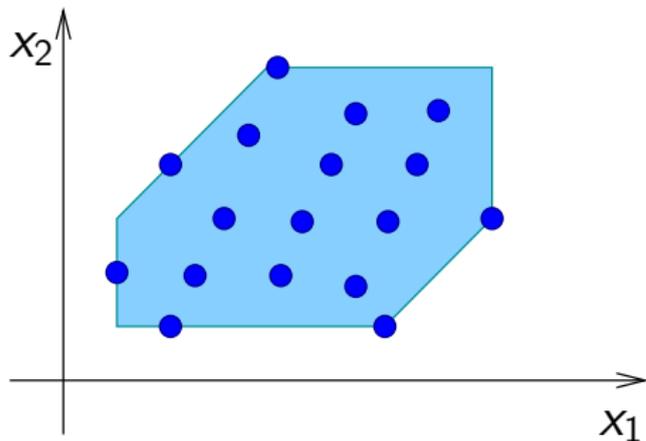
# Domaines numériques abstraits



parité

intervalles  $lb \leq x_i \leq ub$

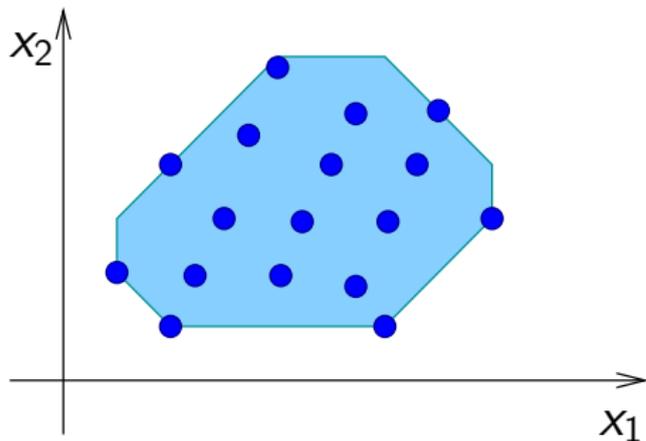
# Domaines numériques abstraits



parité  
intervalles

zones  $x_i - x_j \leq c$

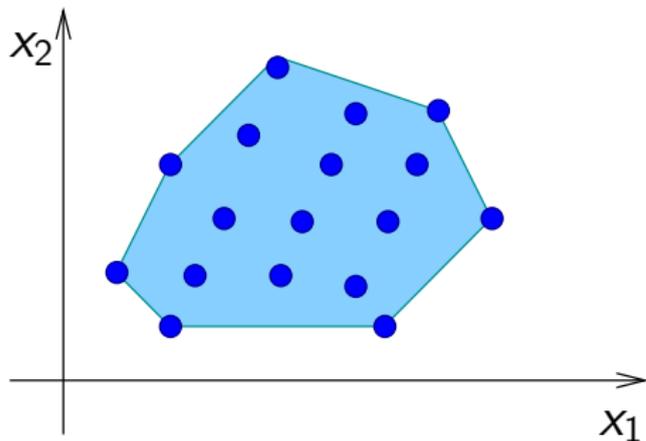
# Domaines numériques abstraits



parité  
intervalles  
zones

octogones  $x_i \pm x_j \leq c$

# Domaines numériques abstraits

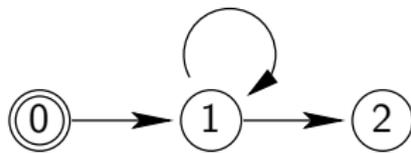


parité  
intervalles  
zones  
octogones

**polyèdres convexes**  $\sum a_i x_i \leq c_i$

# Analyse statique

- **modèles** des programmes : les *automates interprétés*

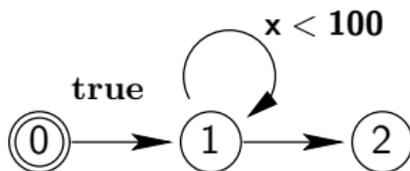


- points de contrôles  
 $k \in K$
- commandes gardées
  - gardes  $g$
  - actions  $a$

- **sémantique collective**
- **résolution itérative** du système d'équations de point-fixe.
  - ▷ analyse d'accessibilité :  $R_{kerr}^\# \stackrel{?}{=} vide$  ▷ vérification conservative

# Analyse statique

- **modèles** des programmes : les *automates interprétés*

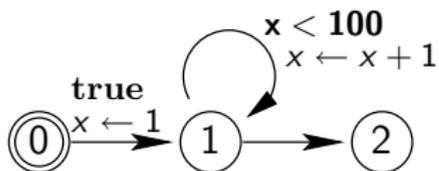


- points de contrôles  $k \in K$
- commandes gardées
  - gardes  $g$
  - actions  $a$

- **sémantique collective**
- **résolution itérative** du système d'équations de point-fixe.
  - ▷ analyse d'accessibilité :  $R_{kerr}^\# \stackrel{?}{=} vide$  ▷ vérification conservative

# Analyse statique

- **modèles** des programmes : les *automates interprétés*

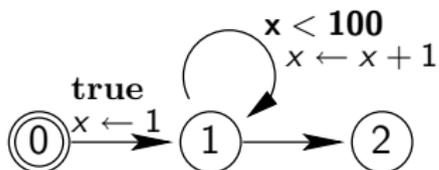


- points de contrôles  
 $k \in K$
- commandes gardées
  - gardes  $g$
  - actions  $a$

- **sémantique collective**
- **résolution itérative** du système d'équations de point-fixe.
  - ▷ analyse d'accessibilité :  $R_{kerr}^\# \stackrel{?}{=} vide$  ▷ vérification conservative

# Analyse statique

- **modèles** des programmes : les *automates interprétés*

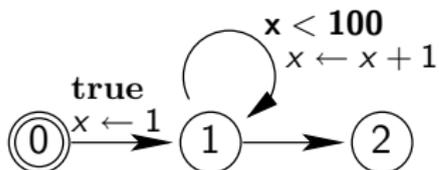


- points de contrôles  
 $k \in K$
- commandes gardées
  - gardes  $g$
  - actions  $a$

- **sémantique collective**
- **résolution itérative** du système d'équations de point-fixe.
  - ▷ analyse d'accessibilité :  $R_{kerr}^\# \stackrel{?}{=} vide$  ▷ vérification conservative

# Analyse statique

- **modèles** des programmes : les *automates interprétés*



- points de contrôles  
 $k \in K$
- commandes gardées
  - gardes  $g$
  - actions  $a$

- **sémantique collective**

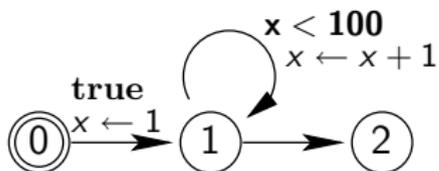
$$R_k = \{\text{états accessibles en } k\}$$

- **résolution itérative** du système d'équations de point-fixe.

▷ analyse d'accessibilité :  $R_{k_{err}}^{\#} \stackrel{?}{=} \text{vide}$  ▷ vérification conservative

# Analyse statique

- **modèles** des programmes : les *automates interprétés*



- points de contrôles  
 $k \in K$
- commandes gardées
  - gardes  $g$
  - actions  $a$

- **sémantique collective**

$$R_k = \{\text{états accessibles en } k\}$$

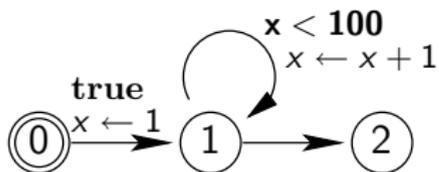
$$R_k = \bigcup_{(k', g, a, k)} a(R_{k'} \cap \bar{g})$$

- **résolution itérative** du système d'équations de point-fixe.

▷ analyse d'accessibilité :  $R_{k_{err}}^{\#} \stackrel{?}{=} \text{vide}$  ▷ vérification conservative

# Analyse statique

- **modèles** des programmes : les *automates interprétés*



- points de contrôles  
 $k \in K$
- commandes gardées
  - gardes  $g$
  - actions  $a$

- **sémantique collective abstraite**

$R_k^\# = \{ \text{approximation des états accessibles en } k \}$

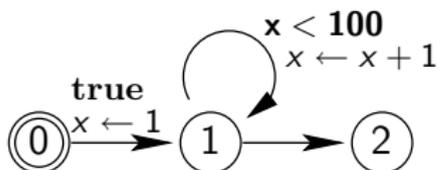
$$R_k^\# = \bigsqcup_{(k', g, a, k)}^\# a^\#(R_{k'}^\# \sqcap^\# \overline{g^\#})$$

- **résolution itérative** du système d'équations de point-fixe.

▷ analyse d'accessibilité :  $R_{kerr}^\# \stackrel{?}{=} \text{vide}$  ▷ vérification conservative

# Analyse statique

- **modèles** des programmes : les *automates interprétés*



- points de contrôles  
 $k \in K$
- commandes gardées
  - gardes  $g$
  - actions  $a$

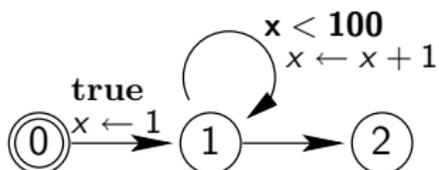
- **sémantique collective**

$$\text{domaine concret } \begin{cases} R_0 = \mathbb{Z} \\ R_1 = a_1(R_0) \cup a_2(R_1 \cap (x < 100)) \\ R_2 = R_1 \cap (x \geq 100) \end{cases}$$

- **résolution itérative** du système d'équations de point-fixe.  
▷ analyse d'accessibilité :  $R_{k_{err}}^\# \stackrel{?}{=} \text{vide}$  ▷ vérification conservative

# Analyse statique

- **modèles** des programmes : les *automates interprétés*



- points de contrôles  
 $k \in K$
- commandes gardées
  - gardes  $g$
  - actions  $a$

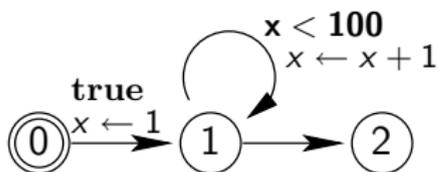
- **sémantique collective**

$$\text{domaine abstrait} \begin{cases} R_0^\# = [-\infty, +\infty] \\ R_1^\# = [1, 1] \sqcup ((R_1^\# \sqcap [-\infty, 99]) \oplus [1, 1]) \\ R_2^\# = R_1^\# \sqcap [100, +\infty] \end{cases}$$

- **résolution itérative** du système d'équations de point-fixe.  
▷ analyse d'accessibilité :  $R_{k_{err}}^\# \stackrel{?}{=} \text{vide}$  ▷ vérification conservative

# Analyse statique

- **modèles** des programmes : les *automates interprétés*



- points de contrôles  
 $k \in K$
- commandes gardées
  - gardes  $g$
  - actions  $a$

- **sémantique collective**

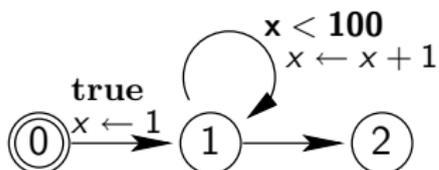
$$\text{domaine abstrait} \begin{cases} R_0^\# = [-\infty, +\infty] \\ R_1^\# = [1, 1] \sqcup ((R_1^\# \sqcap [-\infty, 99]) \oplus [1, 1]) \\ R_2^\# = R_1^\# \sqcap [100, +\infty] \end{cases}$$

- **résolution itérative** du système d'équations de point-fixe.

▷ analyse d'accessibilité :  $R_{k_{err}}^\# \stackrel{?}{=} \text{vide}$  ▷ vérification conservative

# Analyse statique

- **modèles** des programmes : les *automates interprétés*



- points de contrôles  
 $k \in K$
- commandes gardées
  - gardes  $g$
  - actions  $a$

- **sémantique collective**

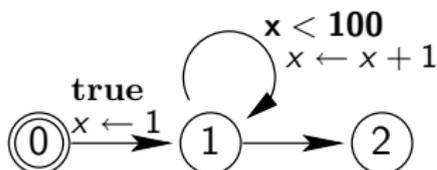
$$\text{domaine abstrait} \begin{cases} R_0^\# = [-\infty, +\infty] \\ R_1^\# = [1, 1] \sqcup ((R_1^\# \sqcap [-\infty, 99]) \oplus [1, 1]) \\ R_2^\# = R_1^\# \sqcap [100, +\infty] \end{cases}$$

- **résolution itérative** du système d'équations de point-fixe.

▷ analyse d'accessibilité :  $R_{k_{err}}^\# \stackrel{?}{=} \text{vide}$  ▷ vérification conservative

# Analyse statique

- **modèles** des programmes : les *automates interprétés*



- points de contrôles  
 $k \in K$
- commandes gardées
  - gardes  $g$
  - actions  $a$

- **sémantique collective**

$$\text{domaine abstrait} \begin{cases} R_0^\# = [-\infty, +\infty] \\ R_1^\# = [1, 1] \sqcup ((R_1^\# \sqcap [-\infty, 99]) \oplus [1, 1]) \\ R_2^\# = R_1^\# \sqcap [100, +\infty] \end{cases}$$

- **résolution itérative** du système d'équations de point-fixe.
  - ▷ analyse d'accessibilité :  $R_{k_{err}}^\# \stackrel{?}{=} \text{vide}$  ▷ vérification conservative

# Plan de l'exposé

- 1 Interprétation abstraite
  - Domaines numériques abstraits
  - Application à l'analyse statique
- 2 Le domaine abstrait IS
  - Valeurs abstraites
  - Canonisation
  - Opérateurs
  - Exemple d'analyse
- 3 Implémentation
  - Analyseur
  - Résultats

# Valeurs abstraites

On note  $Id$  l'ensemble des variables.

$\mathcal{N}$  l'espace de leurs valeurs.

- **valeurs abstraites** définies directement à partir de l'intuition
- **cohérence** : le 7-uplet intervalle/relation est soumis à des *règles de correction*.
  - $i < j \Rightarrow i \leq j$
  - $i < j \wedge j \leq k \Rightarrow i < k$
  - $I(i) = I(j) \in \text{singleton} \Rightarrow i = j$
  - $i \leq j \Rightarrow \text{lb}(I(i)) \leq \text{lb}(I(j))$

# Valeurs abstraites

On note  $Id$  l'ensemble des variables.

$\mathcal{N}$  l'espace de leurs valeurs.

- **valeurs abstraites** définies directement à partir de l'intuition

$$Id \xrightarrow{I} \mathcal{N}^2$$

- **cohérence** : le 7-uplet intervalle/relation est soumis à des *règles de correction*.
  - $i < j \Rightarrow i \leq j$
  - $i < j \wedge j \leq k \Rightarrow i < k$
  - $I(i) = I(j) \in \text{singleton} \Rightarrow i = j$
  - $i \leq j \Rightarrow \text{lb}(I(i)) \leq \text{lb}(I(j))$

# Valeurs abstraites

On note  $Id$  l'ensemble des variables.

$\mathcal{N}$  l'espace de leurs valeurs.

- **valeurs abstraites** définies directement à partir de l'intuition

$$(Id \xrightarrow{I} \mathcal{N}^2, =, \neq, <, \leq, \geq, >)$$

- **cohérence** : le 7-uplet intervalle/relation est soumis à des *règles de correction*.

- $i < j \Rightarrow i \leq j$
- $i < j \wedge j \leq k \Rightarrow i < k$
- $I(i) = I(j) \in \text{singleton} \Rightarrow i = j$
- $i \leq j \Rightarrow \text{lb}(I(i)) \leq \text{lb}(I(j))$

# Valeurs abstraites

On note  $Id$  l'ensemble des variables.

$\mathcal{N}$  l'espace de leurs valeurs.

- **valeurs abstraites** définies directement à partir de l'intuition

$$(Id \xrightarrow{I} \mathcal{N}^2, =, \neq, <, \leq, \geq, >)$$

- **cohérence** : le 7-uplet intervalle/relation est soumis à des *règles de correction*.

- $i < j \Rightarrow i \leq j$
- $i < j \wedge j \leq k \Rightarrow i < k$
- $I(i) = I(j) \in \text{singleton} \Rightarrow i = j$
- $i \leq j \Rightarrow \text{lb}(I(i)) \leq \text{lb}(I(j))$

# Valeurs abstraites

On note  $Id$  l'ensemble des variables.

$\mathcal{N}$  l'espace de leurs valeurs.

- **valeurs abstraites** définies directement à partir de l'intuition

$$(Id \xrightarrow{I} \mathcal{N}^2, =, \neq, <, \leq, \geq, >)$$

- **cohérence** : le 7-uplet intervalle/relation est soumis à des *règles de correction*.

- $i < j \Rightarrow i \leq j$
- $i < j \wedge j \leq k \Rightarrow i < k$
- $I(i) = I(j) \in \text{singleton} \Rightarrow i = j$
- $i \leq j \Rightarrow \text{lb}(I(i)) \leq \text{lb}(I(j))$

# Valeurs abstraites

On note  $Id$  l'ensemble des variables.

$\mathcal{N}$  l'espace de leurs valeurs.

- **valeurs abstraites** définies directement à partir de l'intuition

$$(Id \xrightarrow{I} \mathcal{N}^2, =, \neq, <, \leq, \geq, >)$$

- **cohérence** : le 7-uplet intervalle/relation est soumis à des *règles de correction*.

- $i < j \Rightarrow i \leq j$
- $i < j \wedge j \leq k \Rightarrow i < k$
- $I(i) = I(j) \in \text{singleton} \Rightarrow i = j$
- $i \leq j \Rightarrow \text{lb}(I(i)) \leq \text{lb}(I(j))$

# Valeurs abstraites

On note  $Id$  l'ensemble des variables.

$\mathcal{N}$  l'espace de leurs valeurs.

- **valeurs abstraites** définies directement à partir de l'intuition

$$(Id \xrightarrow{I} \mathcal{N}^2, =, \neq, <, \leq, \geq, >)$$

- **cohérence** : le 7-uplet intervalle/relation est soumis à des *règles de correction*.

- $i < j \Rightarrow i \leq j$
- $i < j \wedge j \leq k \Rightarrow i < k$
- $I(i) = I(j) \in \text{singleton} \Rightarrow i = j$
- $i \leq j \Rightarrow \text{lb}(I(i)) \leq \text{lb}(I(j))$

## Définition minimale

- on peut **simplifier**
- on définit l'ensemble des **règles de correction**

$$[\text{Meet}] \neg(j \neq i \wedge j \leq i \wedge i \leq j)$$

$$[\text{Eq}] j = i \Leftrightarrow (\forall s \in S^\# \quad I s i \Leftrightarrow I s j) \wedge (I(i) = I(j))$$

$$[\text{Neq}] \neg(i \neq i)$$

$$[\text{Rfl}] i \leq i$$

$$[\text{AntiRfl}] j \neq i \Leftrightarrow i \neq j$$

$$[\text{TransEq}] \forall s \in \{\leq, \geq\} \quad I s j \wedge j s i \Rightarrow I s i$$

$$[\text{TransNeq1}] \forall s \in \{<, \leq\} \quad I s j \wedge j < i \Rightarrow I < i$$

$$[\text{TransNeq2}] I < j \wedge j \leq i \Rightarrow I < i$$

$$[\text{C2l}] \forall s \in S^{\text{Ord}} \quad i s j \Rightarrow (\text{lb}(I(i)) s \text{lb}(I(j)) \wedge (\text{ub}(I(i)) s \text{ub}(I(j))))$$

$$[\text{C2lneq}] i \neq j \quad I(j) \in \text{Singl} \Rightarrow I(i) \sqcap^I I(j) \neq \text{lb}(I(i)) \neq \text{ub}(I(i))$$

$$[\text{I2Ceq}] I(i) = I(j) \in \text{Singl} \Rightarrow i = j$$

$$[\text{I2Cempty}] I(i) \sqcap^I I(j) = \perp^I \Rightarrow \begin{cases} (\text{ub}(I(i)) < \text{lb}(I(j)) \wedge i < j) \\ \vee (\text{lb}(I(i)) > \text{ub}(I(j)) \wedge i > j) \end{cases}$$

$$[\text{I2Csingl}] I(i) \sqcap^I I(j) \in \text{Singl} \Rightarrow \begin{cases} (\text{ub}(I(i)) = \text{lb}(I(j)) \wedge i \leq j) \\ \vee (\text{lb}(I(i)) = \text{ub}(I(j)) \wedge i \geq j) \end{cases}$$

## Définition minimale

- on peut **simplifier**

$$(Id \xrightarrow{I} \mathcal{N}^2, =, \neq, <, \leq, \geq, >)$$

- on définit l'ensemble des **règles de correction**

$$\begin{aligned}
 [\text{Meet}] & \neg(j \neq i \wedge j \leq i \wedge i \leq j) \\
 [\text{Eq}] & j = i \Leftrightarrow (\forall s \in S^\# \quad I s i \Leftrightarrow I s j) \wedge (I(i) = I(j)) \\
 [\text{Neq}] & \neg(i \neq i) \\
 [\text{Rfl}] & i \leq i \\
 [\text{AntiRfl}] & j \neq i \Leftrightarrow i \neq j \\
 [\text{TransEq}] & \forall s \in \{\leq, \geq\} \quad I s j \wedge j s i \Rightarrow I s i \\
 [\text{TransNeq1}] & \forall s \in \{<, \leq\} \quad I s j \wedge j < i \Rightarrow I < i \\
 [\text{TransNeq2}] & I < j \wedge j \leq i \Rightarrow I < i \\
 [\text{C2l}] & \forall s \in S^{\text{Dd}} \quad i s j \Rightarrow (\text{lb}(I(i)) \leq \text{lb}(I(j)) \wedge \text{ub}(I(i)) \leq \text{ub}(I(j))) \\
 [\text{C2lneq}] & i \neq j \quad I(j) \in \text{Singl} \Rightarrow I(i) \sqcap^I I(j) \neq \text{lb}(I(i)) \neq \text{ub}(I(i)) \\
 [\text{I2Ceq}] & I(i) = I(j) \in \text{Singl} \Rightarrow i = j \\
 [\text{I2Cempty}] & I(i) \sqcap^I I(j) = \perp^I \Rightarrow \begin{cases} (\text{ub}(I(i)) < \text{lb}(I(j)) \wedge i < j) \\ \vee (\text{lb}(I(i)) > \text{ub}(I(j)) \wedge i > j) \end{cases} \\
 [\text{I2Csingl}] & I(i) \sqcap^I I(j) \in \text{Singl} \Rightarrow \begin{cases} (\text{ub}(I(i)) = \text{lb}(I(j)) \wedge i \leq j) \\ \vee (\text{lb}(I(i)) = \text{ub}(I(j)) \wedge i \geq j) \end{cases}
 \end{aligned}$$

# Définition minimale

- on peut **simplifier**

$$(Id \xrightarrow{I} \mathcal{N}^2, =, \neq, <, \leq)$$

- on définit l'ensemble des **règles de correction**

$$\begin{aligned}
 [\text{Meet}] \quad & \neg(j \neq i \wedge j \leq i \wedge i \leq j) \\
 [\text{Eq}] \quad & j = i \Leftrightarrow (\forall s \in S^\# \quad l s i \Leftrightarrow l s j) \wedge (l(i) = l(j)) \\
 [\text{Neq}] \quad & \neg(i \neq i) \\
 [\text{Rfl}] \quad & i \leq i \\
 [\text{AntiRfl}] \quad & j \neq i \Leftrightarrow i \neq j \\
 [\text{TransEq}] \quad & \forall s \in \{\leq, \geq\} \quad l s j \wedge j s i \Rightarrow l s i \\
 [\text{TransNeq1}] \quad & \forall s \in \{<, \leq\} \quad l s j \wedge j < i \Rightarrow l < i \\
 [\text{TransNeq2}] \quad & l < j \wedge j \leq i \Rightarrow l < i \\
 [\text{C2l}] \quad & \forall s \in S^{\text{Dd}} \quad i s j \Rightarrow (l b(l(i)) s l b(l(j)) \wedge (u b(l(i)) s u b(l(j)))) \\
 [\text{C2lneq}] \quad & i \neq j \quad l(j) \in \text{Singl} \Rightarrow l(i) \sqcap^l l(j) \neq l b(l(i)) \neq u b(l(i)) \\
 [\text{I2Ceql}] \quad & l(i) = l(j) \in \text{Singl} \Rightarrow i = j \\
 [\text{I2Empty}] \quad & l(i) \sqcap^l l(j) = \perp^l \Rightarrow \begin{cases} (u b(l(i)) < l b(l(j)) \wedge i < j) \\ \vee (l b(l(i)) > u b(l(j)) \wedge i > j) \end{cases} \\
 [\text{I2Csingl}] \quad & l(i) \sqcap^l l(j) \in \text{Singl} \Rightarrow \begin{cases} (u b(l(i)) = l b(l(j)) \wedge i \leq j) \\ \vee (l b(l(i)) = u b(l(j)) \wedge i \geq j) \end{cases}
 \end{aligned}$$

## Définition minimale

- on peut **simplifier**

- $(Id \xrightarrow{I} \mathcal{N}^2, =, <)$

- $(Id \xrightarrow{I} \mathcal{N}^2, \neq, \leq)$

- on définit l'ensemble des **règles de correction**

$$[\text{Meet}] \neg(j \neq i \wedge j \leq i \wedge i \leq j)$$

$$[\text{Eq}] j = i \Leftrightarrow (\forall s \in S^\# \quad I s i \Leftrightarrow I s j) \wedge (I(i) = I(j))$$

$$[\text{Neq}] \neg(i \neq i)$$

$$[\text{Rfl}] i \leq i$$

$$[\text{AntiRfl}] j \neq i \Leftrightarrow i \neq j$$

$$[\text{TransEq}] \forall s \in \{\leq, \geq\} \quad I s j \wedge j s i \Rightarrow I s i$$

$$[\text{TransNeq1}] \forall s \in \{<, \leq\} \quad I s j \wedge j < i \Rightarrow I < i$$

$$[\text{TransNeq2}] I < j \wedge j \leq i \Rightarrow I < i$$

$$[\text{C2l}] \forall s \in S^{\text{bd}} \quad i s j \Rightarrow (\text{lb}(I(i)) s \text{lb}(I(j)) \wedge (\text{ub}(I(i)) s \text{ub}(I(j))))$$

$$[\text{C2lneq}] i \neq j \quad I(j) \in \text{Singl} \Rightarrow I(i) \sqcap^I I(j) \neq \text{lb}(I(i)) \neq \text{ub}(I(i))$$

$$[\text{I2Ceq}] I(i) = I(j) \in \text{Singl} \Rightarrow i = j$$

$$[\text{I2Cempty}] I(i) \sqcap^I I(j) = \perp^I \Rightarrow \begin{cases} (\text{ub}(I(i)) < \text{lb}(I(j)) \wedge i < j) \\ \vee (\text{lb}(I(i)) > \text{ub}(I(j)) \wedge i > j) \end{cases}$$

$$[\text{I2Csingl}] I(i) \sqcap^I I(j) \in \text{Singl} \Rightarrow \begin{cases} (\text{ub}(I(i)) = \text{lb}(I(j)) \wedge i \leq j) \\ \vee (\text{lb}(I(i)) = \text{ub}(I(j)) \wedge i \geq j) \end{cases}$$

## Définition minimale

- on peut **simplifier**

- $$(Id \xrightarrow{l} \mathcal{N}^2, =, <)$$

$$\triangleright \neq = \{(i, j) \mid i < j \vee i > j\}$$

- $$(Id \xrightarrow{l} \mathcal{N}^2, \neq, \leq)$$

- on définit l'ensemble des **règles de correction**

$$[\text{Meet}] \neg(j \neq i \wedge j \leq i \wedge i \leq j)$$

$$[\text{Eq}] j = i \Leftrightarrow (\forall s \in S^\# \quad l s i \Leftrightarrow l s j) \wedge (l(i) = l(j))$$

$$[\text{Neq}] \neg(i \neq i)$$

$$[\text{Rfl}] i \leq i$$

$$[\text{AntiRfl}] j \neq i \Leftrightarrow i \neq j$$

$$[\text{TransEq}] \forall s \in \{\leq, \geq\} \quad l s j \wedge j s i \Rightarrow l s i$$

$$[\text{TransNeq1}] \forall s \in \{<, \leq\} \quad l s j \wedge j < i \Rightarrow l < i$$

$$[\text{TransNeq2}] l < j \wedge j \leq i \Rightarrow l < i$$

$$[\text{C2l}] \forall s \in S^{\triangleright\triangleleft} \quad i s j \Rightarrow (lb(l(i)) s lb(l(j)) \wedge (ub(l(i)) s ub(l(j))))$$

$$[\text{C2lneq}] i \neq j \quad l(j) \in \text{Singl} \Rightarrow l(i) \sqcap^l l(j) \neq lb(l(i)) \neq ub(l(i))$$

$$[\text{l2Ceq}] l(i) = l(j) \in \text{Singl} \Rightarrow i = j$$

$$[\text{l2Cempty}] l(i) \sqcap^l l(j) = \perp^l \Rightarrow \begin{cases} (ub(l(i)) < lb(l(j)) \wedge i < j) \\ \vee (lb(l(i)) > ub(l(j)) \wedge i > j) \end{cases}$$

$$[\text{l2Csingl}] l(i) \sqcap^l l(j) \in \text{Singl} \Rightarrow \begin{cases} (ub(l(i)) = lb(l(j)) \wedge i \leq j) \\ \vee (lb(l(i)) = ub(l(j)) \wedge i \geq j) \end{cases}$$

## Définition minimale

- on peut **simplifier**

- $(Id \xrightarrow{l} \mathcal{N}^2, =, <)$ 
  - ▷  $\neq \equiv \{(i, j) \mid i < j \vee i > j\}$
  - ▷ on peut savoir que  $i \neq j$  sans savoir laquelle de  $i, j$  est supérieure stricte à l'autre.
- $(Id \xrightarrow{l} \mathcal{N}^2, \neq, \leq)$

- on définit l'ensemble des **règles de correction**

[Meet]  $\neg(j \neq i \wedge j \leq i \wedge i \leq j)$   
 [Eq]  $j = i \Leftrightarrow (\forall s \in S^\# \quad l s i \Leftrightarrow l s j) \wedge (l(i) = l(j))$   
 [Neq]  $\neg(i \neq i)$   
 [Rfl]  $i \leq i$   
 [AntiRfl]  $j \neq i \Leftrightarrow i \neq j$   
 [TransEq]  $\forall s \in \{\leq, \geq\} \quad l s j \wedge j s i \Rightarrow l s i$   
 [TransNeq1]  $\forall s \in \{<, \leq\} \quad l s j \wedge j < i \Rightarrow l < i$   
 [TransNeq2]  $l < j \wedge j \leq i \Rightarrow l < i$   
 [C2l]  $\forall s \in S^{\text{bd}} \quad i s j \Rightarrow (l b(l(i)) s l b(l(j))) \wedge (u b(l(i)) s u b(l(j)))$   
 [C2lneq]  $i \neq j \quad l(j) \in \text{Singl} \Rightarrow l(i) \sqcap^l l(j) \neq l b(l(i)) \neq u b(l(i))$   
 [l2Ceq]  $l(i) = l(j) \in \text{Singl} \Rightarrow i = j$

## Définition minimale

- on peut **simplifier**

- $(Id \xrightarrow{I} \mathcal{N}^2, =, <)$

- $(Id \xrightarrow{I} \mathcal{N}^2, \neq, \leq)$

- ▷  $< \equiv \{(i, j) \mid i \leq j \wedge i \neq j\}$

- ▷  $= \equiv \{(i, j) \mid i \leq j \wedge i \geq j\}$

- on définit l'ensemble des **règles de correction**

[Meet]  $\neg(j \neq i \wedge j \leq i \wedge i \leq j)$

[Eq]  $j = i \Leftrightarrow (\forall s \in S^\# \quad I s i \Leftrightarrow I s j) \wedge (l(i) = l(j))$

[Neq]  $\neg(i \neq i)$

[Rfl]  $i \leq i$

[AntiRfl]  $j \neq i \Leftrightarrow i \neq j$

[TransEq]  $\forall s \in \{\leq, \geq\} \quad I s j \wedge j s i \Rightarrow I s i$

[TransNeq1]  $\forall s \in \{<, \leq\} \quad I s j \wedge j < i \Rightarrow I < i$

[TransNeq2]  $I < j \wedge j \leq i \Rightarrow I < i$

[C2l]  $\forall s \in S^{\text{bd}} \quad I s j \Rightarrow (l_b(I(i)) \leq l_b(I(j)) \wedge (u_b(I(i)) \leq u_b(I(j))))$

[C2lneq]  $i \neq j \quad I(i) \in \text{Singl} \Rightarrow I(i) \sqcap^I I(j) \neq l_b(I(i)) \neq u_b(I(i))$

[I2Ceq]  $I(i) = I(j) \in \text{Singl} \Rightarrow i = j$

[I2Cempty]  $I(i) \sqcap^I I(j) = \perp^I \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (u_b(I(i)) < l_b(I(j)) \wedge i < j) \\ \vee (l_b(I(i)) > u_b(I(j)) \wedge i > j) \end{array} \right.$

[I2Csingl]  $I(i) \sqcap^I I(j) \in \text{Singl} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (u_b(I(i)) = l_b(I(j)) \wedge i \leq j) \\ \vee (l_b(I(i)) = u_b(I(j)) \wedge i > j) \end{array} \right.$

## Définition minimale

- on peut **simplifier**

- $(Id \xrightarrow{I} \mathcal{N}^2, =, <)$

- $(Id \xrightarrow{I} \mathcal{N}^2, \neq, \leq)$

- $\triangleright < \equiv \{(i, j) \mid i \leq j \wedge i \neq j\}$

- $\triangleright = \equiv \{(i, j) \mid i \leq j \wedge i \geq j\}$

- on définit l'ensemble des **règles de correction**

[Meet]  $\neg(j \neq i \wedge j \leq i \wedge i \leq j)$

[Eq]  $j = i \Leftrightarrow (\forall s \in S^\# \quad I s i \Leftrightarrow I s j) \wedge (I(i) = I(j))$

[Neq]  $\neg(i \neq i)$

[Rfl]  $i \leq i$

[AntiRfl]  $j \neq i \Leftrightarrow i \neq j$

[TransEq]  $\forall s \in \{\leq, \geq\} \quad I s j \wedge I s i \Rightarrow I s i$

[TransNeq1]  $\forall s \in \{<, \leq\} \quad I s j \wedge j < i \Rightarrow I < i$

[TransNeq2]  $I < j \wedge j \leq i \Rightarrow I < i$

[C2l]  $\forall s \in S^{\text{bd}} \quad I s j \Rightarrow (\text{lb}(I(i)) \text{ s } \text{lb}(I(j)) \wedge (\text{ub}(I(i)) \text{ s } \text{ub}(I(j))))$

[C2lneq]  $i \neq j \quad I(j) \in \text{Singl} \Rightarrow I(i) \sqcap^I I(j) \neq \text{lb}(I(i)) \neq \text{ub}(I(i))$

[I2Ceq]  $I(i) = I(j) \in \text{Singl} \Rightarrow i = j$

[I2Cempty]  $I(i) \sqcap^I I(j) = \perp^I \Rightarrow \begin{cases} (\text{ub}(I(i)) < \text{lb}(I(j)) \wedge i < j) \\ \vee (\text{lb}(I(i)) > \text{ub}(I(j)) \wedge i > j) \end{cases}$

[I2Csingl]  $I(i) \sqcap^I I(j) \in \text{Singl} \Rightarrow \begin{cases} (\text{ub}(I(i)) = \text{lb}(I(j)) \wedge i \leq j) \\ \vee (\text{lb}(I(i)) = \text{ub}(I(j)) \wedge i > j) \end{cases}$

# Canonisation

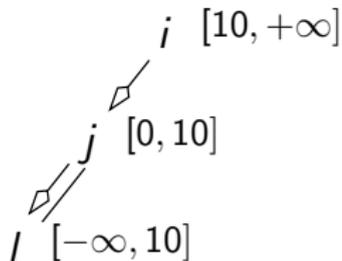
- **canoniser** une valeur abstraite  $\equiv$  tirer toutes les conséquences des informations qu'elle contient.
  
- on a montré :
  - la terminaison
  - la confluence (*paires critiques*)
  - la correction des formes normales
- on a une représentation canonique et un algorithme de canonisation

# Canonisation

- **canoniser** une valeur abstraite  $\equiv$  tirer toutes les conséquences des informations qu'elle contient.
  - ▷ définition d'un système de réécriture de valeurs abstraites
  
- on a montré :
  - la terminaison
  - la confluence (*paires critiques*)
  - la correction des formes normales
- on a une représentation canonique et un algorithme de canonisation

# Canonisation

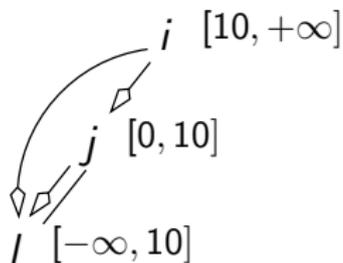
- **canoniser** une valeur abstraite  $\equiv$  tirer toutes les conséquences des informations qu'elle contient.
  - ▷ définition d'un système de réécriture de valeurs abstraites



- on a montré :
  - la terminaison
  - la confluence (*paires critiques*)
  - la correction des formes normales
- on a une représentation canonique et un algorithme de canonisation

# Canonisation

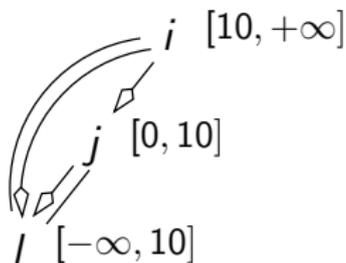
- **canoniser** une valeur abstraite  $\equiv$  tirer toutes les conséquences des informations qu'elle contient.
  - ▷ définition d'un système de réécriture de valeurs abstraites



- on a montré :
  - la terminaison
  - la confluence (*paires critiques*)
  - la correction des formes normales
- on a une représentation canonique et un algorithme de canonisation

# Canonisation

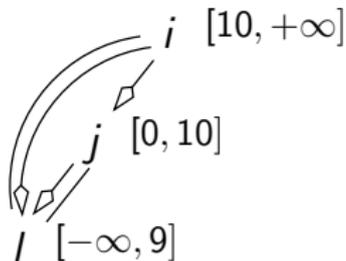
- **canoniser** une valeur abstraite  $\equiv$  tirer toutes les conséquences des informations qu'elle contient.
  - ▷ définition d'un système de réécriture de valeurs abstraites



- on a montré :
  - la terminaison
  - la confluence (*paires critiques*)
  - la correction des formes normales
- on a une représentation canonique et un algorithme de canonisation

# Canonisation

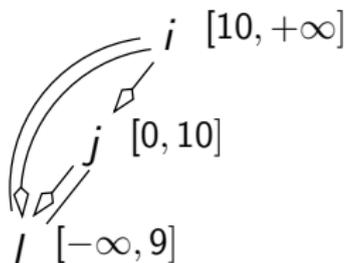
- **canoniser** une valeur abstraite  $\equiv$  tirer toutes les conséquences des informations qu'elle contient.
  - ▷ définition d'un système de réécriture de valeurs abstraites



- on a montré :
  - la terminaison
  - la confluence (*paires critiques*)
  - la correction des formes normales
- on a une représentation canonique et un algorithme de canonisation

# Canonisation

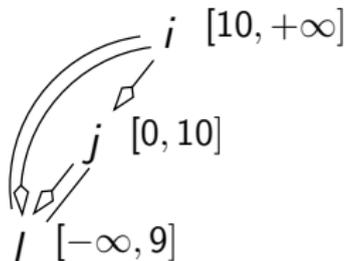
- **canoniser** une valeur abstraite  $\equiv$  tirer toutes les conséquences des informations qu'elle contient.
  - ▷ définition d'un système de réécriture de valeurs abstraites



- on a montré :
  - la terminaison
  - la confluence (*paires critiques*)
  - la correction des formes normales
- on a une représentation canonique et un algorithme de canonisation

# Canonisation

- **canoniser** une valeur abstraite  $\equiv$  tirer toutes les conséquences des informations qu'elle contient.
  - ▷ définition d'un système de réécriture de valeurs abstraites



- on a montré :
  - la terminaison
  - la confluence (*paires critiques*)
  - la correction des formes normales
- on a une représentation canonique et un algorithme de canonisation

# Opérations de treillis

- **la borne inférieure** : regrouper toutes les informations connues
  - ▷ intersection des intervalles
  - ▷ union des relations
- **la borne supérieure** : garder les contraintes communes
  - ▷ borne supérieure des intervalles
  - ▷ intersection des relations

$$\mathcal{A} \sqcup^{\#} \mathcal{B} = \left( \begin{array}{l} i \rightarrow ( [0, 20], \{j\}, \{i\} ) \\ j \rightarrow ( [10, 30], \{i\}, \{i, j\} ) \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{l} i \rightarrow ( [10, 20], \{j\}, \{i\} ) \\ j \rightarrow ( [15, 25], \{i\}, \{i, j\} ) \end{array} \right) \quad \left( \begin{array}{l} i \rightarrow ( [0, 15], \emptyset, \{i\} ) \\ j \rightarrow ( [10, 30], \emptyset, \{i, j\} ) \end{array} \right)$$

$$\mathcal{A} \sqcap^{\#} \mathcal{B} = \left( \begin{array}{l} i \rightarrow ( [0, 15], \emptyset, \{i\} ) \\ j \rightarrow ( [15, 25], \emptyset, \{i, j\} ) \end{array} \right)$$

# Opérations de treillis

- **la borne inférieure** : regrouper toutes les informations connues
  - ▷ intersection des intervalles
  - ▷ union des relations
- **la borne supérieure** : garder les contraintes communes
  - ▷ borne supérieure des intervalles
  - ▷ intersection des relations

$$\mathcal{A} \sqcup^{\#} \mathcal{B} = \left( \begin{array}{l} i \rightarrow ( [0, 20], \{j\}, \{i\} ) \\ j \rightarrow ( [10, 30], \{i\}, \{i, j\} ) \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{l} i \rightarrow ( [10, 20], \{j\}, \{i\} ) \\ j \rightarrow ( [15, 25], \{i\}, \{i, j\} ) \end{array} \right) \quad \left( \begin{array}{l} i \rightarrow ( [0, 15], \emptyset, \{i\} ) \\ j \rightarrow ( [10, 30], \emptyset, \{i, j\} ) \end{array} \right)$$

$$\mathcal{A} \sqcap^{\#} \mathcal{B} = \left( \begin{array}{l} i \rightarrow ( [0, 15], \emptyset, \{i\} ) \\ j \rightarrow ( [15, 25], \emptyset, \{i, j\} ) \end{array} \right)$$

# Opérations de treillis

- **la borne inférieure** : regrouper toutes les informations connues
  - ▷ intersection des intervalles
  - ▷ union des relations
- **la borne supérieure** : garder les contraintes communes
  - ▷ borne supérieure des intervalles
  - ▷ intersection des relations

$$\mathcal{A} \sqcup^{\#} \mathcal{B} = \left( \begin{array}{l} i \rightarrow ( [0, 20], \{j\}, \{i\} ) \\ j \rightarrow ( [10, 30], \{i\}, \{i, j\} ) \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{l} i \rightarrow ( [10, 20], \{j\}, \{i\} ) \\ j \rightarrow ( [15, 25], \{i\}, \{i, j\} ) \end{array} \right) \quad \left( \begin{array}{l} i \rightarrow ( [0, 15], \emptyset, \{i\} ) \\ j \rightarrow ( [10, 30], \emptyset, \{i, j\} ) \end{array} \right)$$

$$\mathcal{A} \sqcap^{\#} \mathcal{B} = \left( \begin{array}{l} i \rightarrow ( [0, 15], \emptyset, \{i\} ) \\ j \rightarrow ( [15, 25], \emptyset, \{i, j\} ) \end{array} \right)$$

## Opérations de treillis

- **la borne inférieure** : regrouper toutes les informations connues
  - ▷ intersection des intervalles
  - ▷ union des relations
- **la borne supérieure** : garder les contraintes communes
  - ▷ borne supérieure des intervalles
  - ▷ intersection des relations

$$\mathcal{A} \sqcup^{\#} \mathcal{B} = \left( \begin{array}{l} i \rightarrow ( [0, 20], \{j\}, \{i\} ) \\ j \rightarrow ( [10, 30], \{i\}, \{i, j\} ) \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{l} i \rightarrow ( [10, 20], \{j\}, \{i\} ) \\ j \rightarrow ( [15, 25], \{i\}, \{i, j\} ) \end{array} \right) \quad \left( \begin{array}{l} i \rightarrow ( [0, 15], \emptyset, \{i\} ) \\ j \rightarrow ( [10, 30], \emptyset, \{i, j\} ) \end{array} \right)$$

$$\mathcal{A} \sqcap^{\#} \mathcal{B} = \left( \begin{array}{l} i \rightarrow ( [0, 15], \emptyset, \{i\} ) \\ j \rightarrow ( [15, 25], \emptyset, \{i, j\} ) \end{array} \right)$$

# Opérations de treillis

- **la borne inférieure** : regrouper toutes les informations connues
  - ▷ intersection des intervalles
  - ▷ union des relations
- **la borne supérieure** : garder les contraintes communes
  - ▷ borne supérieure des intervalles
  - ▷ intersection des relations

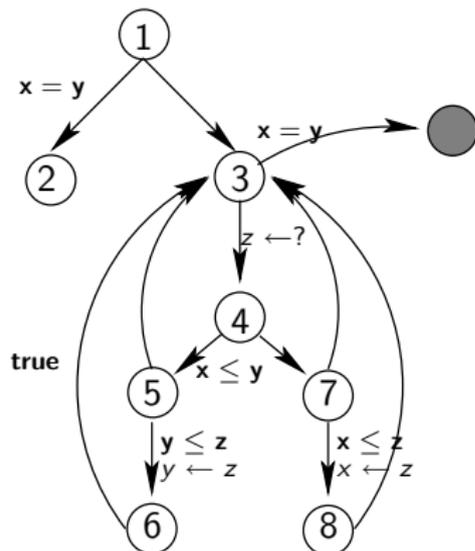
$$\mathcal{A} \sqcup^{\#} \mathcal{B} = \left( \begin{array}{l} i \rightarrow ( [0, 20], \{j\}, \{i\} ) \\ j \rightarrow ( [10, 30], \{i\}, \{i, j\} ) \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{l} i \rightarrow ( [10, 20], \{j\}, \{i\} ) \\ j \rightarrow ( [15, 25], \{i\}, \{i, j\} ) \end{array} \right) \quad \left( \begin{array}{l} i \rightarrow ( [0, 15], \emptyset, \{i\} ) \\ j \rightarrow ( [10, 30], \emptyset, \{i, j\} ) \end{array} \right)$$

$$\mathcal{A} \sqcap^{\#} \mathcal{B} = \left( \begin{array}{l} i \rightarrow ( [0, 15], \emptyset, \{i\} ) \\ j \rightarrow ( [15, 25], \emptyset, \{i, j\} ) \end{array} \right)$$

# Exemple

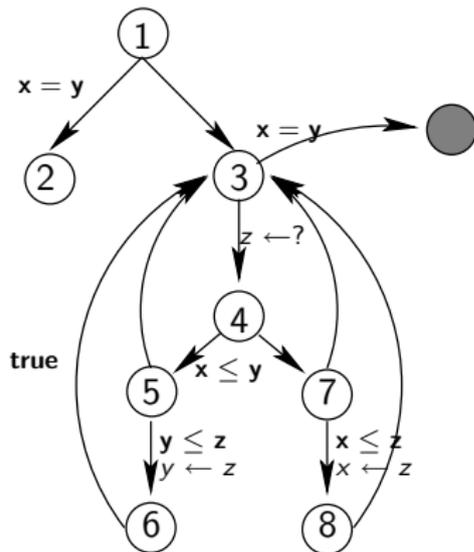
- on donne la syntaxe de nos gardes et de nos actions



- et on donne leur sémantique abstraite

# Exemple

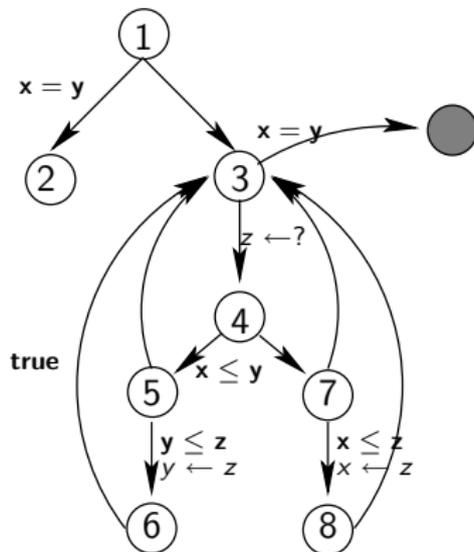
- on donne la syntaxe de nos gardes et de nos actions



- et on donne leur sémantique abstraite

## Exemple (suite)

- itération par itération, sur l'automate



# Plan de l'exposé

- 1 Interprétation abstraite
  - Domaines numériques abstraits
  - Application à l'analyse statique
- 2 Le domaine abstrait IS
  - Valeurs abstraites
  - Canonisation
  - Opérateurs
  - Exemple d'analyse
- 3 Implémentation
  - Analyseur
  - Résultats

# Analyseur

- sous partie de NBAC, outil de vérification de programmes asynchrones, écrit en OCAML
  - ▷ premier utilisateur
- implémentation du sous-treillis abstrait des intervalles
- implémentation de notre domaine abstrait
  - valeurs abstraites
  - opérateurs : borne inférieure, borne supérieure, élargissement, ...
  - système de réécriture de canonisation
- implémentation (en cours) d'un parser OC vers le format interne

# Analyseur

- sous partie de NBAC, outil de vérification de programmes asynchrones, écrit en OCAML
  - ▷ premier utilisateur
- implémentation du sous-treillis abstrait des intervalles
- implémentation de notre domaine abstrait
  - valeurs abstraites
  - opérateurs : borne inférieure, borne supérieure, élargissement, ...
  - système de réécriture de canonisation
- implémentation (en cours) d'un parser OC vers le format interne

# Analyseur

- sous partie de NBAC, outil de vérification de programmes asynchrones, écrit en OCAML
  - ▷ premier utilisateur
- implémentation du sous-treillis abstrait des intervalles
- implémentation de notre domaine abstrait
  - valeurs abstraites
  - opérateurs : borne inférieure, borne supérieure, élargissement, ...
  - système de réécriture de canonisation
- implémentation (en cours) d'un parser OC vers le format interne

# Analyseur

- sous partie de NBAC, outil de vérification de programmes asynchrones, écrit en OCAML
  - ▷ premier utilisateur
- implémentation du sous-treillis abstrait des intervalles
- implémentation de notre domaine abstrait
  - valeurs abstraites
  - opérateurs : borne inférieure, borne supérieure, élargissement, ...
  - système de réécriture de canonisation
- implémentation (en cours) d'un parser OC vers le format interne

# Analyseur

- sous partie de NBAC, outil de vérification de programmes asynchrones, écrit en OCAML
  - ▷ premier utilisateur
- implémentation du sous-treillis abstrait des intervalles
- implémentation de notre domaine abstrait
  - valeurs abstraites
  - opérateurs : borne inférieure, borne supérieure, élargissement, ...
  - système de réécriture de canonisation
- implémentation (en cours) d'un parser OC vers le format interne

# Résultats

- parcours
- bakery

# Conclusions

## ■ contributions

- un nouveau domaine abstrait, pour l'analyse dédiée aux adresses
  - ▷ premier à inclure des propriétés de non-égalité
- implémentation de ce domaine dans le cadre de l'analyseur de NBAC

## ■ recul sur le domaine

- théorie de l'interprétation abstraite
- étude des domaines numériques existant
- difficulté de la conception d'un domaine abstrait

# Conclusions

## ■ contributions

- un nouveau domaine abstrait, pour l'analyse dédiée aux adresses
  - ▷ premier à inclure des propriétés de non-égalité
- implémentation de ce domaine dans le cadre de l'analyseur de NBAC

## ■ recul sur le domaine

- théorie de l'interprétation abstraite
- étude des domaines numériques existant
- difficulté de la conception d'un domaine abstrait

# Conclusions

## ■ contributions

- un nouveau domaine abstrait, pour l'analyse dédiée aux adresses
  - ▷ premier à inclure des propriétés de non-égalité
- implémentation de ce domaine dans le cadre de l'analyseur de NBAC

## ■ recul sur le domaine

- théorie de l'interprétation abstraite
- étude des domaines numériques existant
- difficulté de la conception d'un domaine abstrait

# Perspectives

- **terminer** le parseur
  - ▷ continuer à travailler sur NBAC pour APRON
- **améliorer** l'algorithmique (DBMs)
- **utiliser** le domaine abstrait
  - pour l'analyse de programmes numériques généraux
  - comme brique pour définir une *analyse de systèmes concurrents*

# Perspectives

- **terminer** le parseur
  - ▷ continuer à travailler sur NBAC pour APRON
- **améliorer** l'algorithmique (DBMs)
- **utiliser** le domaine abstrait
  - pour l'analyse de programmes numériques généraux
  - comme brique pour définir une *analyse de systèmes concurrents*

# Perspectives

- **terminer** le parseur
  - ▷ continuer à travailler sur NBAC pour APRON
- **améliorer** l'algorithmique (DBMs)
- **utiliser** le domaine abstrait
  - pour l'analyse de programmes numériques généraux
  - comme brique pour définir une *analyse de systèmes concurrents*

# Perspectives

- **terminer** le parseur
  - ▷ continuer à travailler sur NBAC pour APRON
- **améliorer** l'algorithmique (DBMs)
- **utiliser** le domaine abstrait
  - pour l'analyse de programmes numériques généraux
  - comme brique pour définir une *analyse de systèmes concurrents*

Merci pour votre attention.

**questions ?**